

PROSPECTIVE EN SECTION 01 “MATHÉMATIQUES ET INTERACTIONS DES MATHÉMATIQUES” DU COMITÉ NATIONAL, SEPTEMBRE 2006

Enjeux scientifiques

L'interaction des différents domaines des mathématiques, entre eux ou avec d'autres domaines de recherche, est l'un des moteurs du développement des mathématiques. L'essor sans précédent des nouvelles technologies, conjugué à l'explosion des moyens de calcul, ont donné un attrait renouvelé aux mathématiques, et les transferts de compétences, parfois inattendus, se sont multipliés : entre domaines de plus en plus variés des mathématiques, mais également avec beaucoup d'autres sciences et champs technologiques, où le phénomène prend une ampleur considérable. Ces changements ont motivé notamment le développement du calcul scientifique, de l'algorithmique, et donné une place plus grande à l'expérience et à la simulation dans la communauté mathématique.

Cependant, ces bouleversements ne doivent pas faire oublier que les mathématiques ne se limitent pas aux services apportés dans les autres disciplines. Les mathématiciens dégagent par eux-même de nombreux enjeux importants, dans le développement propre des thématiques et problèmes, comme dans la demande extérieure aux mathématiques proprement dites. Le développement de nombreux domaines repose le plus souvent sur l'irruption d'idées nouvelles, par nature imprévisible, aux carrefours de ceux-ci. Des communautés entières de mathématiciens travaillent sur de grands programmes; il est important de les soutenir en France, mais il convient aussi de veiller avant tout au respect de l'intégrité du spectre mathématique — c'est-à-dire de ne laisser se creuser aucune lacune —, condition essentielle de la vitalité et du rayonnement de l'école française de mathématiques. Il faut enfin insister sur le fait que des domaines importants des mathématiques (combinatoire, géométrie algébrique, par exemple) deviennent un champ d'application de théories physiques, telles que la théorie quantique des champs ou la théorie de cordes.

Mathématiques fondamentales

De grands problèmes ouverts sont souvent les moteurs essentiels du développement scientifique. Ils sont parfois reliés, de près ou de loin, à des questions posées dans d'autres sciences, et leur solution peut donner lieu à des applications inattendues (théorie des nombres et cryptologie par exemple). Citons quelques exemples, choisis en particulier pour leur caractère pluri-thématique. De nombreux autres exemples figurent dans les sections qui suivent. Dans tous ces domaines, les mathématiques françaises sont présentes au plus haut niveau international.

- *La classification des variétés de dimension 3*, aboutissement d'un siècle de topologie géométrique qui semble à portée et qui pourrait renouveler la topologie de basse dimension.
- *Le Programme de Langlands*, qui tente d'établir les connexions entre théorie des nombres et théorie des représentations de groupes.
- *Cobordisme algébrique*; le mouvement de fusion entre topologie algébrique et géométrie algébrique semble extrêmement prometteur.

Au delà de grands problèmes, se développent régulièrement des idées nouvelles, dont la classification n'est pas toujours aisée ni souhaitable. Citons sans exhaustive : *les techniques de concentration de la mesure*, *le calcul hypoelliptique*, *le transport optimal*, *la théorie des ondelettes*.

Ces développements s'avèrent souvent extrêmement précieux aussi bien du point de vue théorique que pratique, et illustrent donc bien, si besoin était, la nécessité pour le CNRS de maintenir des liens forts au sein de la communauté mathématique.

Interactions

Plus que jamais, les grandes questions de domaines où les mathématiques sont un outil conceptuel important restent une source majeure de thèmes mathématiques; réciproquement, des théories mathématiques, développées ou non dans le cadre d'une interaction, trouvent un accomplissement dans une autre direction. Donnons quelques exemples sans exhaustive.

- *Les équations aux dérivées partielles*, de toute provenance.

- *Les structures algébriques et combinatoires*, sous-jacentes à certaines théories physiques.
- *Les structures géométriques*, sous-jacentes à la mécanique, géométrie symplectique et systèmes intégrables par exemple, mais aussi divers aspects de la théorie des systèmes dynamiques.
- *Les aspects probabilistes de la mécanique statistique et de la thermodynamique* (dérivation d'équations macroscopiques à partir de modèles microscopiques, analyse des interfaces de la matière condensée, théorie de la percolation).
- *Les probabilités non commutatives*, des matrices aléatoires à la théorie des représentations du groupe symétrique.
- *La consistance de certaines théories physiques*.
- *Les théories de la complexité, de la preuve* et leur lien avec la logique, l'algorithmique, la combinatoire ou le calcul formel.
- *Les statistiques*. En informatique, elles permettent une analyse stochastique de certains algorithmes d'analyse de données ou d'apprentissage, et sont indispensables dans toutes les sciences où ces questions sont d'importance.

Au delà de la physique ou de l'informatique, d'autres domaines, comme la chimie, la biologie, les sciences de l'ingénieur ou de l'information, recèlent aussi des problèmes mathématiques majeurs, dont certains apparaissent dans les prochaines sections.

Ces quelques exemples, comme ceux qui suivront, montrent qu'en dépit d'une spécialisation toujours plus poussée dans la plupart des sous-domaines, les grandes avancées ou les progrès significatifs sont le plus souvent le produit d'une mutualisation, ou simplement de la cristallisation, d'efforts convergents ; en parallèle, la réactivité s'accroît en proportion, et il n'est pas rare qu'un transfert d'expertise soit opéré par ceux qui la possèdent le mieux, illustrant la connexité des thématiques ou celle qui lie les grands domaines d'applications aux outils qu'ils partagent.

Modélisation et calcul

Il s'agit de mathématiques opérationnelles qui conduisent à des résultats quantitatifs pour des applications technologiques. La liste suivante veut pointer les directions les plus significatives sans être exhaustive.

- *Modélisation à base d'équations aux dérivées partielles (EDP)*. Présente dans la plupart des domaines.
- *Modélisation stochastique et statistique*. En pleine expansion, au delà de son champ traditionnel, elle connaît un fort succès, en lien avec la modélisation déterministe (EDP), sur des problèmes où des incertitudes sont présentes. La théorie des EDPs stochastiques est appelée à connaître un fort développement.
- *Optimisation et contrôle*. Que ce soit en lien avec la recherche opérationnelle ou avec les différents types de modélisation, ces problématiques vont jouer un rôle considérable dans le monde industriel, pour l'optimisation des ressources, quelles qu'elles soient.
- *Traitement du signal et de l'image*. L'explosion des communications et des données à traiter rend incontournable une expertise forte dans ces domaines, où la France figure déjà en bonne place.
- *Calcul scientifique*. Les nombreux exemples de nature technologique qui suivent illustrent s'il en était besoin l'importance du développement de cette activité, notamment en partenariat avec les autres établissements (INRIA, CEA...).

Grands domaines d'applications

Voici quelques points qui nous semblent majeurs dans les années à venir en terme d'applications. Cette liste n'est évidemment pas exhaustive, mais prétend souligner quelques problèmes typiques.

- *Chimie et matériaux*, notamment la chimie quantique et le génie des procédés, à travers la mise au point de modèles et de méthodes numériques, avec des débouchés industriels directs.
- *Biologie et médecine*. De nombreux projets se développent sur ce sujet en expansion rapide (par exemple, en neurosciences) et touchent au traitement de l'image, à la mécanique des fluides et des structures, aux statistiques, aux mathématiques discrètes...

Remarquons que ces deux premières applications sont en relation avec des disciplines qui ne sont pas rattachées à MPPU et qui sont sans doute appelées à se développer énormément dans les prochaines années.

- *Génomie*. Les techniques d'analyse statistique y sont en pleine expansion (procédures de séquençage automatiques, regroupement de gènes par familles fonctionnelles...). Ces recherches sont développées avec le soutien du CNRS à la génopôle d'Evry, entre autres.

- **Problèmes énergétiques et d’environnement.** La partie stockage de déchets est bien représentée au sein de la section 01 via le GdR MOMAS, mais il n’y a eu aucune dynamique autour d’ITER visible à SPM et concernant les mathématiques. Les problèmes d’évolution du climat, de catastrophes naturelles restent à l’ordre du jour du point de vue de la modélisation et de la simulation, alors même que les relations institutionnelles avec les autres grands organismes (CEA, CEMAGREF, INRA, etc...) sur ces sujets sont inexistantes ou presque.
- **Transports.** L’aéronautique, l’automobile posent des problèmes très variés allant par exemple de la gestion des flux routiers à des questions de compatibilité électromagnétique, en lien également avec les questions d’environnement.
- **Aide à la décision.** Les mathématiques financières, l’actuariat et la recherche opérationnelle sont au cœur de processus industriels où les problèmes mathématiques sont d’une grande complexité. L’investissement du CNRS dans ce domaine n’est que trop rarement le fait de la section 01, alors même que les techniques stochastiques ont connu un formidable essor dans l’ajustement des instruments financiers; des outils probabilistes sont depuis lors développés spécifiquement pour ces questions, et il existe des contacts étroits entre chercheurs du domaine et établissements financiers.
- **Télécommunication et transmission de l’information.** Les questions de codage, de cryptologie, d’électromagnétisme (ondes hertziennes, fibres optiques...), réseaux de files d’attente, connaissent des avancées significatives (stimulées par les perspectives de développement). Dans ce domaine, les transferts de technologie se font presque instantanément du théorique à l’appliqué.
- **Nanotechnologies.** C’est une priorité du CNRS en général, et plusieurs laboratoires de mathématiques sont déjà positionnés sur ce sujet.

Le positionnement du CNRS sur ces enjeux : moyens d’action et d’organisation

Le CNRS n’a pas d’unités propres en mathématiques, et en dehors de quelques projets pluridisciplinaires, il n’y a pas en France de laboratoire de mathématiques spécialisé dans un domaine spécifique. La politique du CNRS consiste, depuis de nombreuses années, à développer l’existence d’un tissu scientifique diversifié, tant du point de vue géographique (comme l’attestent les affectations des chargés de recherche) que thématique. Beaucoup d’avancées récentes en mathématiques sont en effet la conséquence directe d’interactions entre différentes spécialités (il suffit pour s’en convaincre de consulter la liste des médailles Fields décernées en 2006), ce que les laboratoires au spectre scientifique large favorisent. Les équipes françaises sont souvent en pointe dans les domaines scientifiques mentionnés précédemment, et le CNRS doit les aider à y rester ; mais il doit également et surtout veiller à maintenir la richesse et la diversité thématique des mathématiques françaises, qui les distingue nettement à l’échelle européenne et mondiale. Ceci n’exclut pas une politique volontariste et incitative, sur des projets précis, à caractère technologique notamment.

L’absence de laboratoire propre peut en partie s’expliquer par la composition même de la communauté mathématique française : essentiellement universitaire, environ 3000 enseignants-chercheurs pour 350 chercheurs CNRS ; mais de nombreux autres organismes (INRIA, INRA, CEA...) accueillent des mathématiciens, souvent aux interfaces mais pas nécessairement. Au travers d’une soixantaine d’UMR, qui quadrillent remarquablement le paysage universitaire français), et malgré les faibles moyens humains et financiers engagés, le CNRS joue actuellement un rôle très important de structuration du tissu mathématique français :

- suivi et évaluation des laboratoires mixtes (en concertation avec les universités) ; le CNRS a une vue d’ensemble des activités mathématiques en France, qui lui permet de conseiller les laboratoires dans leur politique de développement ;
- mobilité de/vers l’enseignement supérieur ; de nombreux chercheurs (le plus souvent chargés de recherche) deviennent professeurs des universités. A l’inverse, une politique suivie d’attribution d’un nombre important de délégations permet aux enseignants-chercheurs de se consacrer entièrement à leur projet de recherche pour une durée déterminée ;
- les GDR ; ils sont un outil important de structuration autour de thématiques variées, et renouvelées à intervalle régulier. Ils permettent d’établir des liens entre équipes de recherche, et donnent également la possibilité aux doctorants d’acquérir une visibilité au-delà de leur laboratoire ;
- les financements incitatifs ; pas assez nombreux, ils sont à poursuivre et à amplifier.
- les crédits récurrents ; pour modestes qu’ils soient, ils permettent de faire vivre tout ce qui dans la recherche fondamentale ne peut s’accommoder d’un seul financement sur projet. Ils sont utiles pour garantir la couverture du plus large spectre thématique et le soutien aux équipes émergentes, lorsqu’elles n’ont pas

encore la visibilité souvent nécessaire pour prétendre aux financements sur projet (qui tendent à privilégier les équipes constituées) ;

- les moyens humains ; ceux-ci sont (très) faibles en comparaison des effectifs universitaires, que ce soient chercheurs ou personnels ITA. On note une répartition des chercheurs plus diversifiée que par le passé, signe du pouvoir d’attraction en hausse de nombreux laboratoires ; par ailleurs, les ITAs, dont la présence est indispensable à la bonne marche des unités (d’autant plus que leur taille va croissante), ne sont toujours pas, en effectifs, au niveau d’autres sections. Dans les secteurs d’activité comme le calcul scientifique, ils sont d’autre part une composante active des équipes de recherche qui gagnerait à être développée.

Soulignons aussi qu’il y a trop peu de laboratoires du CNRS relevant de la section 01 associés à des écoles d’ingénieurs, et peu de partenariats avec d’autres organismes dont les mathématiques soient une composante essentielle. De même, le nombre de laboratoires de la section 01 impliqués dans des pôles de compétitivité mis en place récemment est sans doute limité, même s’il est difficile de faire un état des lieux. Cela est sans doute dû, en partie, à la faible influence de la section 01 dans le domaine de la modélisation et du calcul scientifique. Les recrutements dans ces domaines restent limités, et la concurrence des autres EPST (CEA, INRIA), comme d’autres sections du CNRS, est importante. Les mathématiciens ont pourtant un rôle moteur à jouer, au vu des enjeux scientifiques et techniques.

Notons que le domaine du calcul scientifique figurait en bonne place dans de nombreux rapports récents pointant les retards de la France. Il ne s’agit pas seulement d’un problème de matériel, il y a également un problème de personnel, qui est aussi visible, de façon encore plus flagrante, en statistiques. En effet, l’interaction entre une équipe de mathématiciens, un industriel ou une équipe d’une autre discipline met l’équipe de mathématiques dans une position de science expérimentale, avec des résultats pratiques et quantitatifs à fournir, des allers-retours théorie-modèle-calcul-comparaisons à l’expérience, et les contraintes afférentes. Les moyens doivent donc être ceux d’une science expérimentale, ce qui est loin d’être le cas aujourd’hui.

Après cet état des lieux, donnons quelques éléments prospectifs, consistants avec la politique actuellement menée.

- **Chercheurs.** Les postes de chargés et de directeurs de recherche offerts par le CNRS donnent des conditions de travail qui sont unanimement appréciées, et leur attractivité, au delà même de la communauté mathématique française, n’est pas à démontrer. Tout effort du CNRS en mathématiques ne doit pas se faire au détriment des recrutements, notamment des jeunes, mais au contraire diversifier et élargir les possibilités offertes. Notamment, en section 01, le CNRS n’est que peu impliqué dans la direction des applications en termes du nombre de chercheurs. C’est un domaine où le contact avec les ingénieurs et les chercheurs d’autres disciplines prend du temps, et où le statut CNRS peut apporter un plus décisif. Le caractère nécessaire du travail en équipe, sur un projet défini et souvent de longue durée, doit conduire à penser les recrutements autour du candidat et du futur laboratoire, en prenant en compte les aspects production de codes numériques, collaboration avec d’autres disciplines. L’affectation de chercheurs dans des laboratoires d’autres sections (pourquoi pas pour une période déterminée, et/ou dans des laboratoires relevant de l’INRIA, de l’INRA ou de l’INSERM) est une expérience à poursuivre, tout comme l’accueil de chercheurs extérieurs dans les laboratoires de mathématiques.
- **Enseignants-chercheurs.** Un des outils clés du CNRS est l’attribution de délégations et de détachements. La norme actuelle pour les délégations, 6 mois, ne donne que peu la possibilité, par exemple, de mener à bien un vrai projet d’interface, et les détachements sont inexistantes. Il conviendrait soit d’envisager des délégations de longue durée (2 ans) ou, mieux, d’avoir une vraie politique de détachements, pour un nombre non négligeable, pour des projets définis à l’avance entre le postulant et le laboratoire d’accueil.
- **Moyens de fonctionnement.** Le CNRS semble avoir de moins en moins les moyens et les structures pour faire de vrais appels à projets thématiques, dont l’ANR semble aujourd’hui en charge. On peut le déplorer. Le CNRS garde cependant son rôle structurant, notamment à travers les réseaux (GDR, GDRE) ; il faut en renforcer le financement pour le rendre plus en rapport avec la réalité des besoins (la comparaison des quelques milliers d’euros alloués à un GDR avec le financement d’un projet structurant par l’ANR doit se juger aux retombées attendues). Le CNRS doit aussi veiller à maintenir et encourager la diversité thématique (notamment par un soutien aux équipes et projets émergents). Des actions spécifiques sont également à encourager, possiblement en lien avec les autres tutelles, notamment dans l’infrastructure. Soulignons également l’indigence des crédits accordés au soutien des colloques au regard du travail d’évaluation effectué par le Comité national, qui conduit à ne pas financer certaines manifestations malgré un

- programme de très haut niveau. Il est urgent de pérenniser ces crédits par une ligne budgétaire identifiée.
- **Bourses de thèse et post-doctorats.** Comme pour les disciplines expérimentales, les thèses et les post-doctorants jouent de plus en plus un rôle fondamental dans le fonctionnement d’une équipe. Le CNRS peut et doit apporter sa contribution sur ce plan, avec un volet large de financements possibles obtenus sur projets scientifiques. Les laboratoires sont chargés du recrutement des doctorants et des post-doctorants, les cofinancements avec les régions et les autres EPST sont à développer, la faible quantité actuelle de ces financements en section 01 (par rapport aux autres disciplines) les rendant assez inopérants. Les équipes présentant des projets appliqués, souvent plus structurés et installés dans la durée, doivent pouvoir compter dessus, il s’agit là, comme pour les disciplines expérimentales, d’un point crucial.
 - **Personnel d’assistance à la recherche.** Il y a très peu d’ingénieurs de recherche, dans les laboratoires de la section 01, participant directement à l’activité scientifique d’une équipe de recherche. La plupart sont happés par les tâches d’administration des systèmes. Il est vital d’arriver à un niveau d’encadrement plus raisonnable et d’avoir dans les équipes de mathématiques tournées vers les applications des ingénieurs (éventuellement sur le modèle des ingénieurs experts de l’INRIA ?) chargés de la maintenance, du développement et de la mise en forme des codes de calcul. C’est en effet une condition pour pouvoir faire du transfert de technologie de façon efficace et valoriser le travail des chercheurs (brevets, logiciels, etc). Il s’agit aussi d’éviter que cela ne se fasse parallèlement dans des entreprises privées (start-ups par exemple) auquel le CNRS n’est trop souvent pas associé. En parallèle, à l’heure où les regroupements d’unités ont créé de larges structures, il est indispensable de maintenir et de renforcer un haut niveau de présence d’ITAs pour soulager les directeurs d’unité dans leur tâches administratives et participer à la gestion des contrats et projets dont le nombre va croissant.
 - **Interactions avec les autres établissements.** Les projets communs avec l’INRIA vont croissants et fonctionnent bien. En revanche, il n’y a pour ainsi dire pas de liens institutionnels avec le CEA (hormis des LRC). Il n’y a en particulier pas d’UMR CNRS-CEA en mathématiques alors que de nombreuses thématiques communes s’y prêteraient. Les liens avec le CEMAGREF ne sont guère développés non plus ; d’une façon générale, les liens existant avec les autres EPST sont le plus souvent le fruit de collaborations personnelles entre chercheurs, plutôt qu’une volonté des laboratoires de rechercher les collaborations institutionnelles.